

# Conseils de révisions

## 1 Conseils généraux

**Planifiez** vos révisions : établissez un **calendrier** et tenez-vous y. Ce calendrier devra contenir des **périodes de repos** (fin des cours, trois jours avant le premier écrit) car il faut arriver en pleine forme aux concours. Dans ce but soignez votre alimentation, faites du sport (non violent. . .)

Avant tout **sachez le cours**. Faire des exercices ou des problèmes ne sert à rien si on ne le maîtrise pas : comment construire sans outils? Le summum du temps perdu est celui passé à compulsiver des bouquins d'annales. Si vous avez le temps de faire quelques problèmes, faites le maximum sans du tout lorgner sur le corrigé. . . Quand vous le regardez vous êtes fichu!

Relisez donc vos cours, en **faisant les exercices d'application immédiate** : ils sont faits pour cela! Essayez d'écrire en aveugle l'énoncé d'un théorème. Vérifiez. Si nécessaire, recopiez-le jusqu'à ce que ça rentre. Faire des exos simples, **sans regarder le corrigé**.

Au passage, calculez, et puis calculez encore (petits exos bourrins). C'est le domaine où vous pouvez faire l'effort le plus rentable, d'une part en cessant de faire autant d'erreurs stupides, d'autre part en perdant moins de temps sur des domaines qui ne le méritent pas.

Arrivez frais et motivés aux concours. Pensez positif (méthode Coué!) Pas « je suis le meilleur » (vous n'y croiriez pas!) mais « je vais y arriver, je vais montrer ce dont je suis capable – et pourquoi pas un peu plus ». Amenez boissons (non alcoolisées. . .), aliments coup de fouet (chocolat. . .), doudou, peluche etc. Vérifiez le matériel (piles de la calculatrice. . .). Respirez en gonflant le ventre pour déstresser. Ne vous découragez jamais. Selon vos capacités, sachez vous concentrer sur l'essentiel. Les 5/2 devraient pouvoir maîtriser presque tout le programme, pour beaucoup de 3/2 c'est un peu utopique. . . d'où le paragraphe suivant.

## 2 Le minimum vital

### 2.1 Suites et séries numériques

Suites récurrentes (toujours faire le dessin) et récurrences linéaires (lien avec l'algèbre linéaire).

Convergence des séries : la divergence grossière n'entraîne pas la CV. L'équivalence des TG est un bon argument, **quand ils sont positifs**.

Convergence absolue (majorer  $|t_n|$  par TGSCV), TSA.

### 2.2 Suites et séries de fonctions

Bien faire la différence entre CV normale et CV uniforme (ce dernier concept est plus délicat).

Les théorèmes avec la CVU **ne fonctionnent que sur un segment**.

Connaître sur le bout des doigts le thm de la double limite (i.e. continuité d'une limite unif de fns continues), le premier TITàT, le TDTàT.

On peut tout faire aux séries entières mais seulement dans TOUT COMPACT du disque OUVERT de CV.

Connaître les DSE de base :  $e^x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $(1+x)^\alpha$  et cousins ( $\arctan$ ,  $\ln(1 \pm x)$ ).

Séries de Fourier : faire le dessin pour voir si  $\mathcal{C}^1$  par morceaux et éventuellement  $\mathcal{C}^0$ . Dirichlet  $\neq$  Parseval (hypothèses  $\neq$ )

### 2.3 Intégrales

L'intégrabilité s'établit par une condition de domination. Ou alors par un équivalent. 9 fois sur 10, un  $t^2$  vous tirera d'affaire en l'infini. N'omettez pas de dire que la fonction est continue ENTRE les bornes.

Bien plus difficiles, les thms de convergence dominée (y compris intégrales à paramètres) exigent une domination **indépendante de  $x$** . **Les connaître sur le bout des doigts**. Quand on est sur un segment on domine par une constante.

Le DEUXIÈME TITàT suppose la CV de la série des intégrales des valeurs absolues. Choisissez des exos permettant de discerner lequel des TITàT convient.

## 2.4 Algèbre linéaire

Somme directe de deux sev. Ne pas confondre avec « supplémentaire ». Thm du rang. Projecteurs. Égalité de sev.

Éléments propres d'un endomorphisme. Diagonalisable =  $E = \bigoplus E_{\lambda_i} = \exists$  base de vecteurs propres. Condition SUFFISANTE :  $u$  a  $n$  v.p. distinctes (ne PAS parler du pol car).

Condition NÉCESSAIRE ET SUFFISANTE : il existe un poly annulateur (le minimal, pas le caractéristique en général) scindé à racines simples.

Les  $P(\lambda)$  sont vp de  $P(u)$ .

Tout endo (ou matrice carrée) est trigonalisable dans  $\mathbb{C}$ .

Dualité : plus  $y$  a des équations, moins  $y$  en a des solutions. Reconnaître une forme linéaire, une forme coordonnée. Polynômes de Lagrange.

## 2.5 Préhilbertiens, euclidiens

Peu de choses en théorie, mais être à l'aise :

- Vérifier qu'on a bien un produit scalaire
- manipuler les BON, les projections orthogonales (formule, LE dessin), Pythagore.
- Cauchy-Schwartz, y compris cas d'égalité (sachez la montrer dans le cas réel au moins).
- Autoadjoint = base ORTHONORMALE de vecteurs propres.
- Savoir reconnaître une matrice orthogonale (colonnes = BON).  $\neq$  symétrique!!! Aucun rapport avec le det!!!

## 2.6 EDO

Ne pas confondre les DEUX thms de Cauchy-Lipschitz : linéaire ou non linéaire. Ne les révisez pas le même jour. S'entraîner à rédiger l'utilisation du deuxième (qu'est-ce qui est  $\mathcal{C}^1$  ?) Méthode VC pour  $y'' + ay' + by = c$ .

## 2.7 Topo

Oui, je sais... mais quand même :

- Vérifier que telle application est une norme.
- Les ouverts et fermés : ce sont des images inverses par des applications continues. En plus simple :  $\leq$  définit un fermé,  $<$  c'est un ouvert.
- Les compacts : ce sont en dim finie des fermés bornés. On y fait de la convergence uniforme, et on y atteint des extremums.
- Les applications linéaires : savoir montrer qu'elles sont continues, et calculer une norme.

## 2.8 Intégrales doubles

Savoir Fubini sur un rectangle (compact) car c'est facile.

Savoir justifier l'intégrabilité sur  $\mathbb{R}^2$  (par exemple) par tranches, car le procédé (prendre  $||$  et majorer) peut resservir dans d'autres domaines !

Enfin savoir changer de variables (attention au changement de domaine)

## 2.9 Structures, arithmétique

Savoir prouver qu'un ensemble est un SOUS-truc d'un autre. Ordre d'un élément dans un groupe.

Comprendre le calcul modulo  $n$ .

Faites quelques calculs de décompositions en éléments simples, quelques déterminants.

## 2.10 Géométrie

Tracez quelques arcs paramétrés : asymptotes, un ou deux points de rebroussement. Des polaires. Quelques rayons de courbure, abscisses curvilignes, longueurs, aires de courbes.

Fonctions de plusieurs variables : règle de la chaîne.

Liste des équations réduites coniques/quadriques. Calcul du plan tangent à une surface.